

文章编号: 1671-7848(2014)01-0094-05

多相无刷直流电机变饱和和柔性变结构控制器设计

李凤祥¹, 袁野¹, 姜阳华¹, 万政委²

(1. 江苏大学 电气信息工程学院, 江苏 镇江 212013; 2. 沈阳人才交流经营管理中心, 辽宁 沈阳 110000)



摘 要: 无刷直流电机因其高效率、长寿命、低噪声及其良好的机械特性等优点, 在航空、军事、汽车、办公自动化等行业得到了广泛的应用。考虑到多相永磁无刷电机转子磁路结构及气隙磁密度波形对电机运行性能和控制策略的影响, 需要建立精准的电机数学一般模型。而含有积分环节的PID控制使得电机控制系统响应缓慢, 加之功率管换向过程中电感的作用, 相电压波形与理想方波有较大差距, 导致转矩脉动大, 转速响应缓慢。通过改变柔性变结构的控制策略, 并结合稳定的线性系统, 以三相电机为研究对象, 提出了多相无刷直流电机变饱和和柔性变结构的控制器设计方法。仿真实验结果表明, 采用变饱和和柔性变结构控制较传统PID控制具有更好的控制性能, 转速响应快, 转矩脉动小。

关键词: 多相无刷直流电机; 变饱和和柔性变结构; 转速响应; 转矩脉动
中图分类号: TP 183 **文献标志码:** A

Design of Variable Saturation Soft Variable Structure Controller for Multiphase Brushless DC Motors

LI Feng-xiang¹, YUAN Ye¹, JIANG Yang-hua¹, WAN Zheng-wei²

(1. School of Electrical and Information Engineering, Jiangsu University, ZhenJiang 212013, China;
2. Shenyang Talent Exchange and Service Management Center, Shenyang 110000, China)

Abstract: The Brushless DC motor (BLDC motor) with the advantages of high efficiency, long life, low noise and good mechanical properties, has been widely used in aviation, military, automotive, office automation and other industries. Considering the effect of rotor structure and the air-gap magnet field on operating performance and control strategy, an accurate mathematic model of multi-phase BLDC motor should be derived. That the integrator of PID slows the motor system response and the distortion of phase-voltage waveform is produce by the influence of inductance in reversing process. In order to improve the control system performance, a controller of multi-phase BLDC motor based on variable saturation soft variable structure control is presented, by improving the control strategy of soft variable structure with linear system. Results of simulation experiments show that variable saturation soft variable structure control compared with PID control achieves better performance, fast response and small torque ripple.

Key words: multiphase brushless DC motor; variable saturation soft variable structure; speed response; torque ripple

1 引言

多相无刷直流^[1]推进电机与传统的三相无刷直流电动机相比, 有以下优点^[2-3]:

- ①降低转矩脉动和电流变化范围。
- ②在没有提高相电压的等同条件下, 能提高电枢的利用率。
- ③减小转矩脉动。
- ④减小磁轭和重量。
- ⑤系统稳定性高、增大功率密度和改善容错控制能力。
- ⑥降低单体驱动功率器件负荷, 实现低电压条

件下的大功率输出。

但由于无刷直流电机是一个多变量非线性强耦合的控制系统^[4], 随着工业应用对控制精度以及对控制系统的稳态和动态性能要求的提高, 传统的PID控制系统难以满足要求^[5]。

虽然很多的现代控制方法^[6]被提出, 如模糊控制^[7-8], 神经网络控制^[9-10], 但是采用这些智能控制器结构复杂, 不易工程实现。柔性变结构^[11]具有性能可靠, 实现简单的特点。本文通过分析柔性变结构控制器^[12]的优点, 在此基础上结合线性系统, 提出变饱和变结构控制方法, 以期满足控制系统响应速度快, 运行稳定的要求。

收稿日期: 2012-11-29; 收修定稿日期: 2012-12-31

基金项目: 国家自然科学基金(5075038)

作者简介: 李凤祥(1962-), 男, 江苏镇江人, 副教授, 主要从事电力系统自动化、电力电子与电力传动、农业电气化与自动化等方面的教学与科研工作。

2 多相永磁无刷直流电机数学模型^[13]

2.1 定子相绕组电压方程

约定定子相绕组正向电流产生正向磁链，从绕组方向看，电压电流正方向一致。根据磁链方程：

$$\psi_{ss} = LI \quad (1)$$

得到每个绕组的电压方程为

$$U = \frac{d}{dt}\psi_{ss} + RI + E \quad (2)$$

式中： U 是定子相绕组电压； ψ_{ss} 是由定子多相绕组联合产生的磁链； R 、 I 是定子相绕组电阻和电流； E 是转子永磁体在定子每相绕组中感应的反电势； L 为定子相绕组电感。

2.2 定子相绕组反电势方程

根据无刷直流电机反电动势公式：

$$E = \sum Blv \quad (3)$$

可得：

$$E = \frac{\omega l_{ef} \tau \omega}{q\pi} \sum_{i=1}^q \left[B(\gamma + \frac{\beta\pi}{2} + \frac{(q-1)\theta}{2} - (i-1)\theta) - B(\gamma - \frac{\beta\pi}{2} + \frac{(q-1)\theta}{2} - (i-1)\theta) \right] \quad (4)$$

式中： γ 为转子 d 轴顺转向超前定子相绕组轴线的电角度； B 为气隙磁密。 ω 为定子每相绕组串联匝数； l_{ef} 为定子铁心长； τ 为极距； β 为线圈短距比； θ 为槽距电角； q 为每极每相槽数是常数。

当电机转子角速度 ω 不变时，对于集中绕组，将 $\beta=1$ ， $q=1$ 代入式(4)可得：

$$E = \frac{2\omega l_{ef} \tau \omega}{\pi} B \left[\gamma + \frac{\pi}{2} \right] \quad (5)$$

式(5)表明当电机转子电角速度 ω 不变时，反电势波形与气隙磁密波形相同，二者均以 γ 作横轴时相位差 $\frac{\pi}{2}$ 。可将反电势表示为

$$E = \frac{\partial \psi_f}{\partial \gamma} \frac{d\gamma}{dt} = \frac{\partial \psi_f}{\partial \gamma} \omega \quad (6)$$

式中： $\frac{\partial \psi_f}{\partial \gamma}$ 即电势系数。

2.3 电磁转矩方程

永磁体产生的磁链 ψ_{ff} 等于等效励磁绕组的自感 L_{fd} 与电流 i_{fd} 的乘积， $\psi_{ff} = L_{fd} i_{fd}$ 。则电机的总磁场能量为

$$W_m = \frac{1}{2} \left[\sum \psi_m i_m + \psi_{fd} i_{fd} \right] = \frac{1}{2} I^T LI + \psi_f^T I + \frac{1}{2} \psi_{ff} i_{fd} \quad (7)$$

式中： ψ_m 、 i_m 为第 m 相绕组所匝链的磁链和电流； ψ_f 为相绕组中永磁体产生的磁链。

联立式(7)可得：

$$T_e = \frac{p'}{2} I^T \frac{\partial L}{\partial \gamma} + p' \frac{\partial \psi_{ff}}{\partial \gamma} + \frac{p'}{2} \frac{\partial (\psi_{ff} i_{fd})}{\partial \gamma} \quad (8)$$

式(8)中，第一项为凸极效应引起的磁阻转矩，第二项为定转子互相作用产生的基本电磁转矩，是主转矩，第三项为齿谐波磁导引起的转子永磁体齿槽转矩， p' 为电机的极对数。可得到数学模型：

$$\begin{cases} U = \frac{d}{dt}\psi_{ss} + RI + E, \\ \psi_{ss} = LI, \\ \frac{d\gamma}{dt} = \omega, \\ \frac{d\omega}{dt} = \frac{p}{J}(T_e - T_L), \\ E = \frac{\partial \psi_f}{\partial \gamma} \omega, \\ T_e = \frac{p'}{2} I^T \frac{\partial L}{\partial \gamma} + p' \frac{\partial \psi_{ff}}{\partial \gamma} I + \frac{p'}{2} \frac{\partial (\psi_{ff} i_{fd})}{\partial \gamma}, \end{cases}$$

其中： T_L 为转子负载转矩； J 为转动惯量。

3 控制对象

以三相无刷直流电机作为研究对象，极对数为1，等效电路原理图如图1所示。

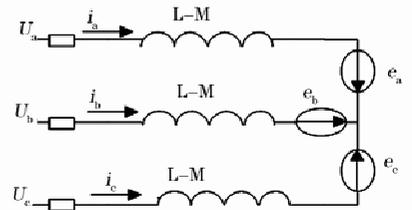


图1 无刷直流电机等效模型

Fig. 1 Equivalent model of BLDC motor

图中， e_a 、 e_b 、 e_c 为相反电动势； U_a 、 U_b 、 U_c 为定子相电压； i_a 、 i_b 、 i_c 为相电流； r 为定子绕组内阻。 L 为定子绕组电感， M 为互感。当图中 A 、 B 两相导通， C 相断开时，则 $i_a = -i_b$ ， $i_c = 0$ ， $e_a = -e_b$ 。代入转矩方程：

$$T_e = \frac{e_a i_a + e_b i_b + e_c i_c}{n} \quad (9)$$

可得：

$$T_e = \frac{e_a i_a + e_b i_b}{n} = 2k_e i_a \quad (10)$$

其中： n 为电机转速； T_e 为电磁转矩； k_e 为反电动势系数；角速度为 w ；微分算子 $p = d/dt$ ；由电力拖动基本理论^[14]可得：

$$T_e - T_L = Jp\omega + B\omega \quad (11)$$

设计变饱和和结构控制器，令 $x_1 = w^* - w$ ，则 $x_2 = \dot{x}_1 = -\dot{w}$ ，其中， w^* 为定角速度， w 为反馈的转子角速度。由式(10)和式(11)：

$$2k_e i_a = J\dot{w} + Bw \quad (12)$$

化简后到:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -\frac{B}{J} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -\frac{2k_e}{J} \end{bmatrix} i \quad (13)$$

表明电机模型是可控的。

4 变饱和和柔性变结构控制器设计

4.1 柔性变结构控制器

柔性变结构控制器通过连续改变控制器的参数,从而实现系统性能接近时间最优控制。基本原理如下^[11]:

以 n 维线性系统的非连续变结构控制器为例:

$$\dot{x} = Ax + Bu \quad (14)$$

约束控制条件是 $|u| \leq u_0$, 控制量是 $u = f(x, p)$ 。

f 是一般算子,由系统状态向量 x_1, x_2 和选择参数 p 决定。

p 根据选择策略计算,由连续函数 s 定义:

$$p = s(x) \quad (15)$$

选择策略在 k 个不同选择参数 p 或者 k 个子控制器 $f(x, p)$ 之间切换。则不连续的变结构控制器的框图原理如图 2 所示。

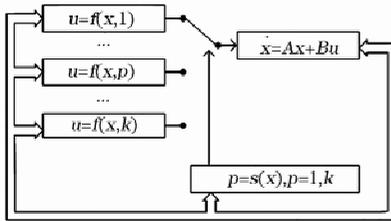


图 2 不连续变结构控制原理框图

Fig. 2 Block schematic of a discontinuous variable-structure control

将参数 p 由连续函数 s 给出,得到柔性变结构控制器^[15]的框图原理如图 3 所示。

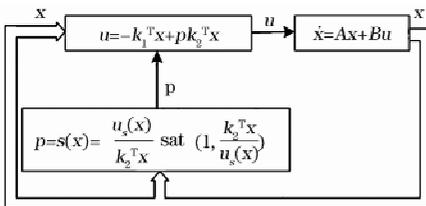


图 3 柔性变结构控制原理框图

Fig. 3 Block schematic of soft variable structure control

其中:选择控制策略的公式为

$$s(x, p^n \dots p) = 0 \quad (16)$$

参数 p 的范围为 $[0, 1]$ 。

4.2 变饱和和柔性变结构控制器

对于线性系统 (14), 控制参数 u 服从约束 $|u| \leq u_0$ 控制器由 k_1 和带有饱和项的 k_2 。

$$u = u_1 + u_2 \quad (17)$$

$$u_1 = -k_1^T x \quad (18)$$

$$u_2 = -\text{sat}(u_s(x), \tilde{u}), \tilde{u} = k_2^T x \quad (19)$$

加在饱和项的可变项为 $\pm u_s(x)$

$$\text{sat}(u_s(x), \tilde{u}) = \begin{cases} u_s(x), & u_s(x) \geq \tilde{u}_s(x); \\ \tilde{u}, & |\tilde{u}| < u_s(x); \\ -u_s(x), & u_s(x) \leq -\tilde{u}_s(x) \end{cases} \quad (20)$$

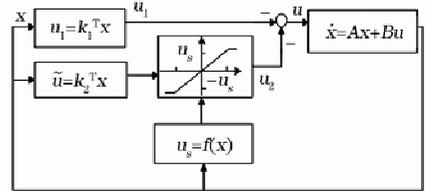


图 4 变饱和和状态变结构控制结构

Fig. 4 Structure of variable saturation soft variable structure control

改写非线性控制律,控制的结构将等式满足:

$$u = -k_1^T x - p k_2^T x \quad (21)$$

$$\text{其中: } p = \frac{u_s(x)}{k_2^T x} \text{sat}\left(1, \frac{u_s(x)}{k_2^T x}\right) \quad (22)$$

$$\text{sat}\left(1, \frac{k_2^T x}{u_s(x)}\right) = \begin{cases} 1, & \frac{k_2^T x}{u_s(x)} \geq 1; \\ \frac{k_2^T x}{u_s(x)}, & \left| \frac{k_2^T x}{u_s(x)} \right| < 1; \\ -1, & \frac{k_2^T x}{u_s(x)} \leq -1 \end{cases} \quad (23)$$

其中:参数 p 是选择变量。

改变形式的变结构控制如图 5 所示。

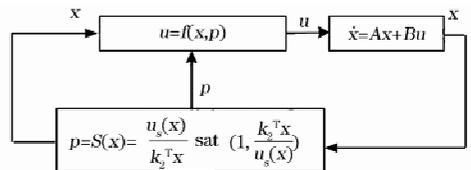


图 5 改变形式的变结构控制

Fig. 5 Structure of the reformulated variable structure control

将等式 (21) 带入等式 (22) 中,得:

$$\dot{x} = (A - b k_1^T - p b k_2^T) x = \hat{A}(p) x \quad (24)$$

柔性变结构控制 (22), (24) 满足 2 个条件:

(A1) $|u| \leq u_0$;

(A2) 假设条件 (A1) 得到满足,控制系统 (22), (24) 在平衡状态 $x = 0$ 的稳定性必须得到保证。而且所有从区域

$$G = \{x | x^T R x \leq v_G\} \quad (25)$$

如果:

$$v(x) = x^T R x \quad (26)$$

在区域 G 是 Lyapunov 函数,则控制环的平衡状态 $x = 0$ 渐进稳定。条件 $\dot{v}(x) < 0$ 满足 Lyapunov 式:

$$\hat{A}^T(p) R + R \hat{A}(p) = -Q(p) \quad (27)$$

$Q(p)$ 在区间 $[p_{\min}, 1]$ 是正定矩阵,且 $p_{\min} \geq 0$ 。

稳定控制的充分条件:

$$p_{\min} \leq p \leq 1 \quad (28)$$

限制了选择策略(22)中的变饱和函数 $u_s(x)$ 。

考虑等式(23)中 $|k_2^T x / u_s(x)| \geq 1$, 有:

对于:

$$\left| \frac{k_2^T x}{u_s(x)} \right| \geq 1, \text{sat}\left(1, \frac{k_2^T x}{u_s(x)}\right) = \pm 1 \quad (29)$$

从等式(22)中得:

$$\left| \frac{k_2^T x}{u_s(x)} \right| \geq 1, p = \frac{u_s(x)}{|k_2^T x|} \quad (30)$$

在条件(28)下应用等式(30):

$$u_s(x) \geq p_{\min} |k_2^T x| \quad (31)$$

在 $x^T R x = v_G$ 的条件下, 解:

$$|k_2^T x| \rightarrow \max \quad (32)$$

得到:

$$\max_{x^T R x = v_G} |k_2^T x| = \sqrt{v_G k_2^T R^{-1} k_2} \quad (33)$$

$u_s(x)$ 还必须满足:

$$u_s(x) \geq p_{\min} \sqrt{v_G k_2^T R^{-1} k_2} \quad (34)$$

和条件(A1), 即:

$$|u| = |u_1 + u_2| \leq u_0 \quad (35)$$

如果:

$$|u_1 + u_2| \leq u_0 \quad (36)$$

那么等式(35)将得到满足。等式(36)中的 $|u_2$

项的量值通过如下估计:

$$|u_2| \leq u_s(x) \quad (37)$$

$|u_1|$ 的最大值可能出现在轨迹从 G 出发时, 应用 Lyapunov 函数(26)进行估计。考虑控制环的轨迹 $\tilde{x}(t)$, 它从 Lyapunov 域边界出发:

$$E(x) = \{\tilde{x} | \tilde{x}^T R \tilde{x} \leq v(x)\} \quad (38)$$

其中: \tilde{x} 不能离开椭圆, 假定 $|u_1| = |k_1^T \tilde{x}|$ 为域 $E(x)$ 边界的最大值。这个值能从最优问题中得出, 过程相似于等式(32)。

在条件 $\tilde{x}^T R \tilde{x} = v(x)$ 下, 解:

$$|k_1^T \tilde{x}| \rightarrow \max \quad (39)$$

这个解是:

$$\max_{\tilde{x}^T R \tilde{x}} |k_1^T \tilde{x}| = \sqrt{v(x) k_1^T R^{-1} k_1} \quad (40)$$

同样, 对于 $\tilde{x} \in E(x)$:

$$|u_1| = |k_1^T \tilde{x}| = \sqrt{v(x) k_1^T R^{-1} k_1} \quad (41)$$

将等式(37)和(41)带入等式(36)中, 得:

$$\sqrt{v(x) k_1^T R^{-1} k_1} + u_s(x) \leq u_0 \quad (42)$$

如果选择下面给出的 $u_s(x)$:

$$u_s(x) = u_0 - \sqrt{v(x) k_1^T R^{-1} k_1} \quad (43)$$

那么等式(42)将得到满足。整个柔性变结构控制将通过等式(22), (24)和(33)给出。

应用等式(43)可以更加准确地表示稳定条件(34):

$$u_0 \geq p_{\min} \sqrt{v_G k_2^T R^{-1} k_2} + \sqrt{v(x) k_1^T R^{-1} k_1} \quad (44)$$

对于所有 $x \in G$ 来说, v_G 是 $v(x)$ 的最大值。如果:

$$u_0 \geq \sqrt{v_G} (p_{\min} \sqrt{v_G k_2^T R^{-1} k_2} + \sqrt{v(x) k_1^T R^{-1} k_1}) \quad (45)$$

那么, 等式(44)肯定能得到满足。

变饱和状态柔性变结构控制由系统(14)和控制器(21)构成, 即:

$$\dot{x} = (A - k_1^T b - p k_2^T b) x \quad (46)$$

其中:

$$p = \frac{u_s(x)}{k_2^T(x)} \text{sat}\left(1, \frac{k_2^T(x)}{u_s(x)}\right) \quad (47)$$

以及:

$$u_s(x) = u_0 - \sqrt{v(x) k_1^T R^{-1} k_1}, v(x) = x^T R x \quad (48)$$

设计变饱和柔性变结构控制器步骤如下。

Step 1 选取线性控制器 k_1 , 使 $A - k_1^T b$ 是一个稳定的系统。

Step 2 假定最好的情况 $p_{\min} = 0$, 考虑等式(6), 解 Lyapunov 等式:

$$\hat{A}^T(0) R + R \hat{A}(0) = -Q(0) \quad (49)$$

其中 $Q(0)$ 是任意选择的正定矩阵, R 正定矩阵。

Step 3 确定稳定条件(34)中 v_G 的最大值, $p_{\min} = 0$ 可以进一步简化。

$$u_0 \geq \sqrt{v_G} \sqrt{k_1^T R^{-1} k_1} \quad (50)$$

Step 4 在 $\hat{A}(1) = A - b k_1^T - b k_2^T$, 找出控制向量 k_2 向量, 这样 Lyapunov 等式:

$$\hat{A}(1) R + R \hat{A}(1) = -Q(1) \quad (51)$$

将满足正定矩阵 $Q(1)$ 。

5 仿真实验

在 Matlab 的 Simulink 环境下, 无刷直流电机参数设置如下:

定子每相电阻 $R = 1 \Omega$

每相电感 $L - M = 0.04 \text{ H}$

转动惯量 $J = 0.01 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$

阻尼系数 $B = 0.0002 \text{ N} \cdot \text{m} \cdot \text{s/rad}$

反电动势系数 $ke = 0.24$ 。48 V 直流电源供电, 得到无刷直流电机可控二阶模型:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -0.04 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -10 \end{bmatrix} i \quad (52)$$

控制系统的控制框图如图 6 所示。

5.1 转矩脉动小

在实验中, 当速度控制环采用 PID 控制时, 取

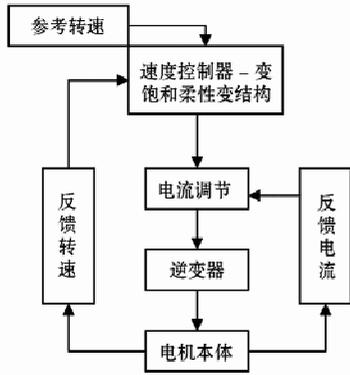


图 6 系统控制框图

Fig. 6 System control block diagram

离散 PID 控制器 3 个参数 $k_p = 10$, $k_i = 0.01$, $k_d = 0.0001$, 采样周期为 0.001 s , 仿真时间 3 s 。对应的无刷直流电机的转矩波形如图 7 所示。当速度调节环采用变饱和和柔性变结构控制时, 对应的无刷直流电机转矩波形如图 8 所示。比较图 7 和图 8 可知, 采用 PID 控制的系统转矩脉动在 $t = 1\text{ s}$ 时趋于平稳, 而采用变饱和和柔性变结构控制的系统转矩脉动在 $t = 0.7\text{ s}$ 时趋于平稳, 并且转矩脉动明显降低。

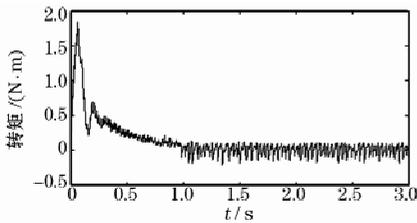


图 7 基于 PID 控制的转矩波形

Fig. 7 Torque waveform based on PID control

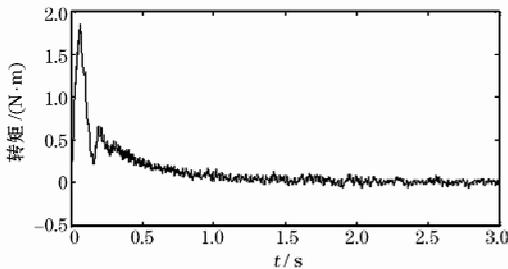


图 8 基于变饱和和柔性变结构控制的转矩波形

Fig. 8 Torque waveform based on variable saturation soft variable structure control

5.2 转速响应快

设定转速为 1000 r/min , 速度调节环分别采用 PID 控制方式和变饱和和柔性变结构控制方式。对应转速波形分别如图 9 和图 10 所示。观察图 9 和图 10 可知, 采用 PID 控制的系统转速响应在 $t = 1\text{ s}$ 时达到额定值并趋于平稳, 而采用变饱和和柔性变结构控制的系统转速响应在 $t = 0.7\text{ s}$ 时达到额定值并趋于平稳。

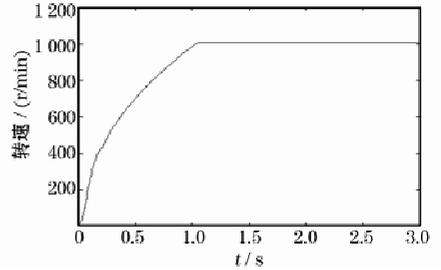


图 9 基于 PID 控制的电机转速波形

Fig. 9 Motor speed waveform based on PID control

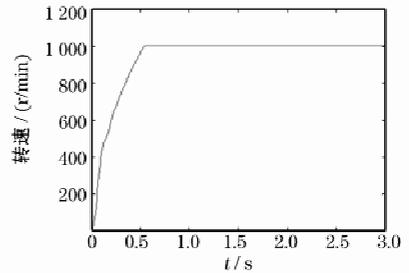


图 10 基于变饱和和柔性变结构控制的电机转速波形

Fig. 10 Motor speed waveform based on variable saturation soft variable structure control

5.3 相反电动势波形改善

实验得到基于变饱和和柔性变结构控制的电机控制系统 A 相相反电动势波形如图 11 所示。图中电动势波形为梯形波, 相反电动势波形得以改善, 且在 0.7 s 时趋于平稳。

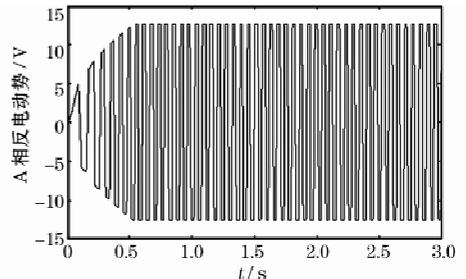


图 11 三相相反电动势波形

Fig. 11 Back-EMF waveform of A phase

6 结论

无刷直流电机在航空航天, 军用机器人和机械臂驱动应用中占较大比例, 要求电机调速动态响应快, 静差率小和调速范围宽。同时, 家用电器正朝着节能, 智能化和控制系统高可靠性方向发展。本文提出了变饱和和柔性变结构控制算法。实验验证了该算法既有传统 PID 控制的灵活性, 又具备了很好的稳定性和较快的响应速度。在改善控制系统控制性能方面具有一定优势, 这是传统 PID 控制甚至模糊、神经网络控制难以实现的。它的一个显著特点就是在同样精度要求下, 系统响应过渡时间短, 且运行的更加平稳。 (下转第 102 页)